Die komplexe Zahl $i \cdot (1 - i)$ ist komplex konjugiert zu $1 - i$. **ja**

Der Betrag ist eine Norm auf $\mathbb{C}$. **ja**

Für $z \in \mathbb{C}$ gilt: $Re(z) = \frac{1}{2}(z\overline{z} - z^2)$. **nein**

Für $v, w \in \mathbb{C}$ gilt: $\overline{v + w} = v + \overline{w}$. **nein**

Für $z \in \mathbb{C}$ gilt: $|z| = z\overline{z}$. **nein**

Für $v, w \in \mathbb{C}$ gilt: $|v + w|^2 + |v - w|^2 = 2|v|^2 + 2|w|^2$. **ja**

Für alle $n \in \mathbb{N}$ und $A, B \in GL_n(\mathbb{R})$ gilt $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$. **nein**

Für jede untere Dreiecksmatrix $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ gilt $\det(L) = 1$. **nein**

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $PA = LR$, wobei $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine Permutationsmatrix sowie $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine untere und $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine obere Dreiecksmatrix bezeichnen. Dann gilt $\det(A) = \det(P)^{-1} \det(L) \det(R)$. **ja**

Besitzt eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine LR-Zerlegung, so ist sie positiv definit. **nein**

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Dann gilt: $\det(A) = 0$ genau dann, wenn 0 ein Eigenwert von A ist. **ja**

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine reguläre und symmetrische Matrix. Dann gilt $\text{cond}_1(A) = \text{cond}_\infty(A)$. **ja**

Die Spaltensummennorm einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ist definiert als $\|A\|_\infty = \max_{1 \le i \le n} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|$. **nein**

Ist die Spektralnorm von $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ kleiner als 1, so konvergiert das Einzelschrittverfahren (Gauß-Seidel-Verfahren) für das lineare Gleichungssystem $Mx = b$ mit $x, b \in \mathbb{R}^n$. **nein**

Sei $A \in GL_n(\mathbb{R})$. Betrachte das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit $x, b \in \mathbb{R}^n$ und die Norm $\|\cdot\|$ auf $\mathbb{R}^n$. Ist die rechte Seite b durch Δb gestört, so gilt für den Fehler der Lösung die Abschätzung $\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \le \kappa(A) \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}$ mit $\kappa(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$. **ja**

Erfüllt $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ das Zeilensummenkriterium, so konvergiert das Gesamtschrittverfahren (Jacobi-Verfahren) für das lineare Gleichungssystem $Mx = b$ mit $x, b \in \mathbb{R}^n$. **ja**

Seien D das Intervall $D = (0, 1) \subset \mathbb{R}$, $f : D \to D$ Lipschitz-stetig mit Konstante $L < 1$ und $f(D) \subseteq D$. Dann besitzt f einen eindeutigen Fixpunkt in D. **nein**

Seien $D \subset \mathbb{R}$ ein Intervall, $F : D \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar und $x_0 \in D$. Existiert ein $r > 0$ mit $|F'(x)| > 1$ für alle $x \in B_r(x_0) \subset D$, so ist x_0 kein Fixpunkt von F. **nein**

Seien $D \subset \mathbb{R}^n$ abgeschlossen und $F : D \to \mathbb{R}^n$. Gilt $F(D) \not\subseteq D$, so besitzt F keinen Fixpunkt in D. **nein**

Für die k-te dividierte Differenz der Funktion f bezüglich der Knoten $x_1, \dots, x_{k+1} \in \mathbb{R}$ gilt die Rekursionsformel

$$f[x_1, \dots, x_k, x_{k+1}] = \frac{1}{x_{k+1} - x_1} \left(f[x_2, \dots, x_k, x_{k+1}] - f[x_1, x_2, \dots, x_k] \right).$$

ja

Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ stetig differenzierbar und die Jacobimatrix $F'(x)$ für jedes $x \in \mathbb{R}^n$ invertierbar. Dann konvergiert die Newton-Iteration für jeden Startwert $x_0 \in \mathbb{R}^n$ gegen eine Nullstelle von F. **nein**

Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ stetig differenzierbar. Dann lautet die Newton-Iteration

$$x^{k+1} = x^k + s^k, \qquad F'(x^k)s^k = -F(x^k) \quad \text{für alle} \quad k \in \mathbb{N}_0.$$

ja

Die Aufgabe bei der Polynominterpolation lautet: Bestimme zu $n \in \mathbb{N}$ gegebenen reellen Stützstellen $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ und Stützwerten $f_1, f_2, \dots, f_n \in \mathbb{R}$ ein Polynom p vom Grade n mit $p(x_i) = f_i$ für $1 \le i \le n$. **nein**

Der Aufwand der QR-Zerlegung einer quadratischen Matrix über Householder-Spiegelungen ist etwa doppelt so hoch wie der einer LR-Zerlegung. **ja**

Die Lösung x des linearen Ausgleichsproblems mit Matrix A und Vektor b löst das lineare Gleichungssystem $Ax = b$. **nein**

Seien $M, N \in \mathbb{R}^{n \times n}$ orthogonale Matrizen. Dann ist $M + N \in \mathbb{R}^{n \times n}$ orthogonal. **nein**

Bei der QR-Zerlegung ist aus Stabilitätsgründen zwingend Pivotisierung erforderlich. **nein**

Mit Hilfe der QR-Zerlegung können lineare Gleichungssysteme gelöst werden. **ja**

Seien $A, M \in GL_n(\mathbb{R})$ und M orthogonal. Dann gilt für die Konditionszahl $\kappa_2(MA) = \kappa_2(A)$. **ja**

Sei $D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$ offen und $f : D \to \mathbb{R}^n$ stetig und genüge einer lokalen Lipschitz-Bedingung auf D. Dann besitzt das Anfangswertproblem für jeden Startwert $(x_0, y_0) \in D$ eine lokal eindeutige Lösung. **ja**

Gegeben seien $D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$ offen und $f : D \to \mathbb{R}^n$ eine auf D stetige Funktion. Dann besitzt das Anfangswertproblem $y'(x) = f(x, y(x))$, $y(x_0) = y_0$ für $(x_0, y_0) \in D$ eine lokale Lösung. **ja**

Seien $D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$ und $f : D \to \mathbb{R}^n$. Dann genügt f auf D einer Lipschitz-Bedingung, falls ein $L > 0$ existiert, so daß für beliebige $(x, y), (x, \bar{y}) \in D$ gilt $\|f(x, y) - f(x, \bar{y})\|_\infty \le L\|y - \bar{y}\|_\infty$. **ja**

Beim impliziten Euler-Verfahren muß in jedem Schritt ein Gleichungssystem gelöst werden. **ja**

Das verbesserte Euler-Verfahren hat die halbe Konvergenzordnung des klassischen Runge-Kutta-Verfahrens. **ja**

Das klassische Runge-Kutta-Verfahren hat die Konvergenzordnung 2. **nein**

Das implizite Euler-Verfahren hat die gleiche Konvergenzordnung wie das einfache Euler-Verfahren. **ja**

Symmetrische, positiv definite Matrizen: Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine symmetrische, positiv definite Matrix.		
(i) A ist singulär	☐	☒
(ii) A^{-1} ist symmetrisch und positiv definit	☒	☐
(iii) Die LR-Zerlegung von A ohne Pivotisierung ist möglich.	☒	☐
LR-Zerlegung: Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$.		
(i) A besitzt eine LR-Zerlegung.	☐	☒
(ii) Ist $R \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine reguläre obere Dreiecksmatrix, so ist auch R^{-1} eine obere Dreiecksmatrix.	☒	☐
(iii) Für die Matrix R aus der LR-Zerlegung gilt $\det(R) = 1$.	☐	☒
(iv) Ist $PA = LR$ mit der Permutationsmatrix $P \in \mathbb{R}^{n\times n}$, so gilt $\det(A) = \det(P^{-1})\det(L)\det(R)$.	☒	☐
(v) Die Komplexität der LR-Zerlegung beträgt $\mathcal{O}(\frac{1}{3}n^3)$.	☒	☐
Normalgleichungen: Sei $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ und $b \in \mathbb{R}^m$.		
(i) Die Normalgleichungen lauten $A^TAx = A^Tb$.	☒	☐
(ii) Der Vektor $x^* \in \mathbb{R}^n$ erfüllt die Normalgleichungen genau dann, wenn $\|Ax^* - b\|_\infty = \min_{x\in\mathbb{R}^n} \|Ax - b\|_\infty$.	☐	☒
Polynominterpolation: Sei $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ stetig.		
(i) Für paarweise verschiedene Stützstellen ist die Polynominterpolation nur dann eindeutig, wenn auch die gegebenen Funktionswerte paarweise verschieden sind	☐	☒
(ii) Beim Newton-Schema zur Bestimmung des Interpolationspolynoms kommt es nicht auf die Reihenfolge der Stützstellen an	☒	☐
(iii) Bei nicht äquidistanten aber paarweise verschiedenen Stützstellen ist die Polynominterpolation mit dem Newton-Schema nicht immer durchführbar	☐	☒
(iv) Nur die Wahl von äquidistanten Stutzstellen garantiert maximalen Grad des Interpolationspolynoms.	☐	☒

Numerische Verfahren für gewöhnliche Differentialgleichungen: Sei $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ stetig.		
(i) Jede gewöhnliche Differentialgleichung läßt sich in ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung äquivalent umformen.	☒	☐
(ii) Das implizite Euler-Verfahren der Schrittweite h für die Differentialgleichung $y'(t) = f(t, y(t))$ lautet $t^{k+1} = t^k + h, \quad y^{k+1} = y^k + hf(t^{k+1}, y^{k+1}).$	☒	☐
(iii) Das explizite Euler-Verfahren der Schrittweite h für die Differentialgleichung $y'(t) = f(t, y(t))$ lautet $t^{k+1} = t^k + h, \quad y^{k+1} = y^k + hf(t^k, y^k).$	☒	☐
(iv) Das verbesserte Euler-Verfahren ist ein implizites Verfahren.	☐	☒
(v) Das klassische Runge-Kutta-Verfahrens hat die Konvergenzordnung 4.	☒	☐
(vi) Bei impliziten Verfahren muß in jedem Schritt ein Gleichungssystem gelöst werden.	☒	☐

Sei I ein offenes Intervall, $x_0 \in I$, $y_0 \in \mathbb{R}^n$ und $f : I \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ eine stetige Funktion. Dann hat das Anfangswertproblem $y'(x) = f(x, y(x))$ mit $y(x_0) = y_0$ eine lokale Lösung.

Wenn das Anfangswertproblem aus a.) eine lokale Lösung hat, dann existiert auch eine maximale Lösung.

Jede positiv definite Matrix besitzt eine LR-Zerlegung.

Ein Polynom n-ten Grades ist durch seine Funktionswerte an n paarweise verschiedenen Stützstellen eindeutig bestimmt.

Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion, die auf $[a, b]$ genau eine Nullstelle besitzt. Dann konvergiert das (vereinfachte) Newton-Verfahren für jeden Startwert $x_0 \in [a, b]$ gegen diese Nullstelle.

Falsch. Das (vereinfachte) Newton-Verfahren nur lokal konvergent ist.

Ist $y(x)$ eine Lösung des Anfangswertproblems

$$y'(x) = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0, \quad x, x_0 \in I,$$

mit einer stetigen Funktion f, dann konvergiert das Euler-Cauchy-Verfahren für $h \to 0$ gegen diese Lösung.

Falsch. Es kann viele Lösungen des AWP's geben.

Sei I ein offenes Intervall, $x_0 \in I$, $y_0 \in \mathbb{R}^n$ und seien die $n \times n$ Matrix $A(x)$ und die Funktion $b(x)$ stetig auf I. Dann besizt das Anfangswertproblem

$$y'(x) = A(x)y(x) + b(x), \quad y(x_0) = y_0,$$

genau eine Lösung auf I.

Richtig (s. Satz 1.7 der Vorlesung).

Sei q ein Polynom vom Grad $\leq n-1$, $\{t_i\}_{i=1}^n$ paarweise verschiedene Punkte, und $p = p(q,x)$ das Interpolationspolynom vom Grad $n-1$, so daß

$$p(q,t_i) = q(t_i), \quad i = 1,\dots,n.$$

Dann gilt

$$p(q,x) \equiv q(x).$$

Richtig. Die Polynome $p, q \in P_{n-1}$ stimmen in n verschiedene Punkte überein $\Rightarrow \quad p \equiv q$.

Für jede $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$ besitzt das Anfangswertproblem

$$y' = y + y^{1999}, \quad y(x_0) = y_0$$

eine maximale Lösung.

Die Differentialgleichung

$$y''' - 2y'' + 2y' - y = e^x, \quad x \in (0,1)$$

hat auf $(0,1)$ vier linear unabhängige Lösungen.

Wenn die Funktion $f(x)$ auf dem Interval (a,b) genau eine Nullstelle x^* besitzt, konvergiert das Newton Verfahren für jeden Startwert $x_0 \in (a,b)$ gegen x^*.

Jede nichtsinguläre Matrix besitzt eine LR-Zerlegung.

LR-Zerlegung.		
(i) Jede reguläre Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ besitzt eine Zerlegung $A = LR$ mit linker unterer Dreiecksmatrix L und rechter oberer Dreiecksmatrix R.	$\square$	$\times$
(ii) Bei der praktischen Durchführung der LR-Zerlegung dient die Pivot-Strategie u.a. der numerischen Stabilisierung des Verfahrens.	$\times$	$\square$

Gesamtschrittverfahren. Das lineare Gleichungssystem $Ax = b, A \in \mathbb{R}^{n\times n}, b \in \mathbb{R}^n$ soll iterativ mit dem Gesamtschrittverfahren gelöst werden. Welche der folgenden Bedingungen sind für die Konvergenz des Verfahrens gegen die exakte Lösung x hinreichend?		
(i) A erfüllt das starke Zeilensummenkriterium.	$\times$	$\square$
(ii) Der Spektralradius von A ist kleiner als 1.	$\square$	$\times$
(iii) Für den Startvektor x_0 der Iteration gilt $\|x_0\| < 1$.	$\square$	$\times$

Nullstellenbestimmung. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetig differenzierbare Funktion und φ die Iterationsfunktion im zugehörigen Newton-Verfahren, d.h. $x_{k+1} = \varphi(x_k)$. Dann gilt:		
(i) Jede Nullstelle x^* von f ist Fixpunkt der Iterationsfunktion im Newton-Verfahren.	×	□
(ii) Das Newton-Verfahren konvergiere für den Startwert x_0 gegen eine Nullstelle $x^* > x_0$ von f. Dann konvergiert das Verfahren für alle $x \in [x_0, x^*]$ gegen x^*.	□	×
(iii) Sei x^* eine doppelte Nullstelle von f. Dann konvergiert das Newton-Verfahren lokal quadratisch gegen x^*.	□	×
Polynominterpolation. Die Polynominterpolation nach *Newton* bietet gegenüber der Polynominterpolation nach *Lagrange* folgende Vorteile:		
(i) Das resultierende Polynom ist von geringerem Grad und oszilliert deshalb nicht so stark.	□	×
(ii) Das Interpolationsschema ist bei Hinzunahme zusätzlicher Stützstellen leicht erweiterbar (d.h. Zwischenergebnisse des alten Rechenschemas können wiederverwendet werden).	×	□
Polynominterpolation. Die Polynominterpolation nach *Newton* liefert dasselbe Polynom wie die Polynominterpolation nach *Lagrange*.	×	□
Ausgleichsrechnung. Es sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ mit $n \leq m$. Das Minimierungsproblem $\|Ax-b\|_2 \to \min$ besitze eine Lösung x^*. Dann gilt:		
(i) $Ax^* = b$	□	×
(ii) $(Ax^* - b) \perp b$	□	×
(iii) x^* ist die eindeutige Lösung des Minimierungsproblems.	□	×
Lineare Unabhängigkeit. Welche der folgenden Tripel bilden ein System linear unabhängiger Funktionen ber $\mathbb{R}$?		
(i) $\{1, x, x^2\}$	×	□
(ii) $\{1, x, (1+x)^2\}$	×	□
(iii) $\{1, \sin^2 x, \frac{1}{2}\cos^2 x\}$	□	×

Lineare Differentialgleichung.		
(i) Ist v Eigenvektor von A zum Eigenwert 0, dann ist $y(x) = v$ eine Lösung der Differentialgleichung $y' = Ay$.	×	☐
(ii) Die Matrix A sei nicht invertierbar. Dann ist das Anfangswertproblem $y' = Ay$ mit vorgegebenem $y(0)$ nicht eindeutig lösbar.	☐	×
(iii) Es seien $A : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^{n\times n}$ und $b : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ stetige Funktionen. Es sei I ein offenes Intervall mit $0 \in I$. Dann ist das Anfangswertproblem $y' = A(x)y + b(x)$ mit gegebenem $y(0)$ auf I eindeutig lösbar.	×	☐

VORDIPLOMSKLAUSUR 2006

Dividierte Differenzen. Mit $\mathcal{P}_k(\mathbb{R})$ sei der Raum der reellwertigen Polynome vom Höchstgrad k bezeichnet. Dann gilt für paarweise verschiedene Stützstellen x_ν		
(i) $f \in \mathcal{P}_k(\mathbb{R}) \Rightarrow [x_0, \ldots, x_k]f \neq 0$	☐	⊠
(ii) $f \in \mathcal{P}_k(\mathbb{R}) \Rightarrow [x_0, \ldots, x_k]f = 1$	☐	⊠
(iii) $f \in \mathcal{P}_k(\mathbb{R}) \Rightarrow [x_0, \ldots, x_{k+1}]f = 0$	⊠	☐

Matrixeigenschaften. $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ sei eine symmetrisch positiv definite Matrix. Dann gilt		
(i) $a_{ii} > 0 \quad$ für $\quad i = 1, \ldots, n$	⊠	☐
(ii) A^{-1} ist ebenfalls symmetrisch positiv definit	⊠	☐

Iteration. Das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ soll iterativ gelöst werden.		
(i) Konvergiert das Einzelschrittverfahren, so konvergiert auch das Gesamtschrittverfahren.	☐	⊠
(ii) Die Konvergenz des Gesamtschrittverfahrens kann durch geeignete Wahl des Startvektors $x_0 \in \mathbb{R}^n$ $(0 < \|x_0 - A^{-1}b\| < \varepsilon)$ stets garantiert werden.	☐	⊠
(iii) Für jede natürliche Matrixnorm gilt $\rho(A) \leq \|A\|$	⊠	☐

Lineare Differentialgleichung: Gegeben sei die inhomogene lineare Differentialgleichung

$$y'(x) = Ay(x) + b, \quad A \in \mathbb{R}^{n\times n}, b \in \mathbb{R}^n, x \in I. \tag{1}$$

Dann gilt

(i) Zu (1) existiert immer ein Fundamentalsystem.	⊠	☐
(ii) Wenn ein Fundamentalsystem zu (1) existiert, so ist es eindeutig.	☐	⊠
(iii) Die zum Fundamentalsystem gehörige *Wronski-Matrix* ist für alle $x \in I$ regulär.	⊠	☐
(iv) Die Lösungen von (1) bilden einen linearen Vektorraum.	☐	⊠

LR-Zerlegung: Die Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ besitze eine Zerlegung $A = LR$ mit regulärer oberer Dreiecksmatrix R und unterer Dreiecksmatrix L, deren Hauptdiagonaleinträge sämtlich 1 sind. Dann gilt		
(i) A ist invertierbar.	☒	☐
(ii) Die LR-Zerlegung ist eindeutig.	☒	☐
(iii) Der Algorithmus zur Berechnung der LR-Zerlegung hat einen Aufwand von $\mathcal{O}(n^2)$.	☐	☒
Banachscher-Fixpunktsatz: Auf dem offenen Intervall $I = (0, 1)$ habe die Funktion f folgende Eigenschaften: • f bildet I in sich ab (Selbstabbildung). • f ist Lipschitz-stetig mit Lipschitzkonstante $L < \frac{1}{2}$. Dann hat f im Intervall I einen Fixpunkt.	☐	☒
Polynominterpolation Es seien mit $\{x_i\}_{i=0\ldots n}$ paarweise verschiedene Stützstellen und Funktionswerte $\{y_i\}_{i=0\ldots n}$ gegeben.		
(i) Das zugehörige Interpolationspolynom n-ten Grades ist eindeutig bestimmt.	☒	☐
(ii) Die zugehörige *Vandermonde-Matrix* ist regulär.	☒	☐
(iii) Das Lagrangsche Grundpolynom l_k zur Stützstelle x_k erfüllt $l_k(x_k) = 0$.	☐	☒
Linearer Ausgleich: Die reellwertige Funktion $f(x, z)$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $z \in \mathbb{R}^m$ sei in z linear. Das Ausgleichsproblem $$\sum_i \lvert f(x_i, z) - f_i\rvert^2 \to \min$$ Dann läßt sich das Ausgleichsproblem in der Form $$\lVert Az - b\rVert_2 \to \min$$ mit geeigneter Matrix A und Vektor b schreiben.	☒	☐

Es seien I ein abgeschlossenes Intervall und $f : I \to I$ eine stetige Selbstabbildung, die genau einen Fixpunkt $x^* \in I$ hat. Dann existiert eine ϵ-Umgebung U_ϵ von x^*, so daß für jedes $x_0 \in U_\epsilon$ die Banach'sche Iterationsfolge $x_{k+1} = f(x_k)$ gegen x^* konvergiert.

Die Differentialgleichung

$$f'''(x) - 3f''(x) + 3f'(x) - f(x) = \sin x, \quad x \in (0, 1)$$

hat auf $(0, 1)$ drei (3) linear unabhängige Lösungen.

Für einen Vektor $b \in \mathbb{R}^n$ und eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ist das lineare Gleichungssystem

$$A^T Ax = A^T b$$

stets lösbar.

Das Anfangswertproblem

$$y' = y^2 + e^{x^2} y, \quad y(0) = 1$$

ist lokal eindeutig lösbar.

Für jede $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$, $y_0 \neq 0$, ist das Anfangswertproblem

$$y' = x^2 y + xy^{1/2}, \quad y(x_0) = y_0$$

lokal eindeutig lösbar.

Für jede Menge von Stützstellen $\{x_i\}$ und Werte $\{y_i\}$ gibt es genau ein Polynom p vom Grad n, so daß

$$p(x_i) = y_i, \quad i = 1, \ldots, n+1.$$

$\boxed{1}$

Jede symmetrische nichtsinguläre Matrix besitzt eine LDL^T-Zerlegung.

Sei $W(x)$ eine Wronski-Matrix zur Differentialgleichung

$$y'(x) = Ay(x), \quad A \in \mathbb{R}^{n\times n}.$$

Dann ist $\det W(x) \neq 0$ für jedes $x \in \mathbb{R}$.